

Қабул қилувчининг операцион характеристикаси эгри чизиғи остидаги юза (Area under receiver operating characteristic curve, AUROC)

Р. Махаммадиев, У. Джуманазаров, Ш. Маҳмудов

Ушбу мақоладаги қарашлар муаллифларнинг шахсий фикр ва мулоҳазалари бўлиб, Ўзбекистон Республикаси Марказий банкининг расмий позицияси билан мос келмаслиги мумкин. Ўзбекистон Республикаси Марказий банки мақола мазмунига жавобгарлик олмайди. Тақдим қилинган материалларни ҳар қандай услубда қайта ишлатиш фақатгина муаллифлар рухсати билан амалга оширилади.

Аннотация

Ушбу мақолада кўрсаткичларнинг инқироз даврлари ҳақидаги огоҳлантириш натижаларига боғлиқ хатолик турлари ҳамда кўрсаткичлар самарадорлигини баҳолаш бўйича AUROC модели моҳияти ёритилган. Жумладан, AUROC моделида кўрсаткичларнинг ҳақиқатдан юзага келган инқироз даврини огоҳлантириш бермаслиги (I тур хатолик) ёки барқарорлик даврида инқироз давридагидек огоҳлантириши (II тур хатолик) каби хатоликлардан фойдаланилади. Юқори AUROC қийматига эга бўлган индикаторлар инқироз даврларини аниқроқ кўрсатишини англатади. Мазкур мақола инқирозни юзага келтириши мумкин бўлган эҳтимолий тизимли хатарлар тўғрисидаги сигналларни олдиндан аниқлашга хизмат қиладиган самарали кўрсаткичларни танлашда эконометрик ёндашувларни такомиллаштириш мақсадида тайёрланган.

Таянч сўзлар: I тур хатолик, II тур хатолик, AUROC модели, ROC эгри чизиғи, огоҳлантириш нисбати, шовқин нисбати.

Қабул қилувчининг операцион характеристикаси эгри чизиғи остидаги юза (Area under receiver operating characteristic curve, AUROC)

Эрта огоҳлантирувчи кўрсаткичлар инқирозни юзага келтириши мумкин бўлган эҳтимолий тизимли хатарлар тўғрисидаги сигналларни олдиндан аниқлашга хизмат қилади. Бунда, маълум бир кўрсаткич олдиндан белгиланган чегарадан четлашган тақдирда огоҳлантириш сигнали пайдо бўлди деб қабул қилинади.

Индикаторларнинг огоҳлантириш натижалари қуйидагича таснифланади¹:

а) агар индикатор хатар чегарасидан юқори бўлиб ва инқироз ҳақиқатда содир бўлса, индикатор яхши сигнал (good signal) берган ҳисобланади (A);

б) агар индикатор хатар чегарасидан юқори бўлиб, аммо инқироз содир бўлмаса, бу нотўғри сигнал (false alarm) ҳисобланади (B);

в) агар индикатор хатар чегарасидан пастда бўлиб, аммо инқироз содир бўлса, бу ўтказиб юборилган сигнал (missed signal) ҳисобланади (C);

г) агар индикатор хатар чегарасидан пастда бўлиб ва ҳақиқатда инқироз содир бўлмаса, бу яхши сукунат (good silence) деб аталади, яъни барқарорлик даврида тўғри башорат қилинган бўлади (D).

Ҳар бир индикаторнинг самарадорлиги унинг инқироз даврида огоҳлантириш бермагани (I тур хатолик)² ёки барқарор даврда инқироз даври деб огоҳлантириш бериши (II тур хатолик)³ билан баҳоланади.

1-жадвал. Индикаторнинг хатарлардан огоҳлантириш натижалари таснифи

| Индикатор қийматининг хатар чегарасига нисбатан ҳолати | Инқироз даври | Барқарор давр |
|--|---------------|---------------|
| Хатар чегарасидан юқори | A | B |
| Хатар чегарасидан паст | C | D |

¹ Chatterjee, S., Chiu, C-W. J., Duprey, T., & Hoke, S. H. (2017, December). A financial stress index for the United Kingdom. Bank of England.

² I тур хатоликда молиявий стресс содир бўлиши рад этилади, лекин содир бўлади.

³ II тур хатоликда молиявий стресс содир бўлиши кутилади, лекин содир бўлмайди.

Индикаторлар учун белгиланадиган хатар чегараси I тур ва II тур хатолик даражалари туфайли келиб чиқадиган зарар кўлами орқали аниқланади. Индикатор учун хатар чегарасининг паст белгиланиши деярли барча инқироз даврлари ҳақида огоҳлантириш олишга, аммо нотўғри огоҳлантиришларнинг (false alarms, Type II error) ҳам кўп бўлишига олиб келади. Ўз навбатида, хатар чегарасининг юқори белгиланишида кўплаб инқирозлар ҳақида огоҳлантиришлар қайд этилмаслиги юзага келади.

I тур ва II тур хатолик даражаси, огоҳлантириш нисбати (signal ratio) ва шовқин нисбати (noise ratio) қуйидагича аниқланади:

$$\text{Огоҳлантириш нисбати} = \frac{A}{A + C}$$

$$\text{Шовқин нисбати} = \frac{B}{B + D}$$

$$\text{I тур хатолик даражаси} = \left(\frac{\text{"нотўғри-ижобий"}}{\text{"нотўғри-ижобий"} + \text{"тўғри-ижобий"}} \right)$$

$$\text{II тур хатолик даражаси} = \left(\frac{\text{"нотўғри-салбий"}}{\text{"нотўғри-салбий"} + \text{"тўғри-салбий"}} \right)$$

“Тўғри–ижобий” (true–positive) – индикатор инқироз мавжуд деб ҳисоблайди ва ҳақиқатда инқироз бўлади.

“Нотўғри–ижобий” (false–positive) – индикатор инқироз мавжуд эмас деб ҳисоблайди, лекин амалда инқироз бўлади.

“Тўғри–салбий” (true–negative) – индикатор инқироз мавжуд эмас деб ҳисоблайди ва ҳақиқатда инқироз бўлмайди.

“Нотўғри–салбий” (false–negative) – индикатор инқироз мавжуд деб ҳисоблайди, лекин амалда инқироз бўлмайди.

Шовқиннинг огоҳлантиришга нисбати (noise-to-signal ratio) 1 дан кичик бўлган индикатор самарали индикатор ҳисобланади. Ушбу

нисбатнинг 1 га тенг бўлиши индикатор фақатгина тасодифий огоҳлантиришларни ифодалайди деган хулосага олиб келади.

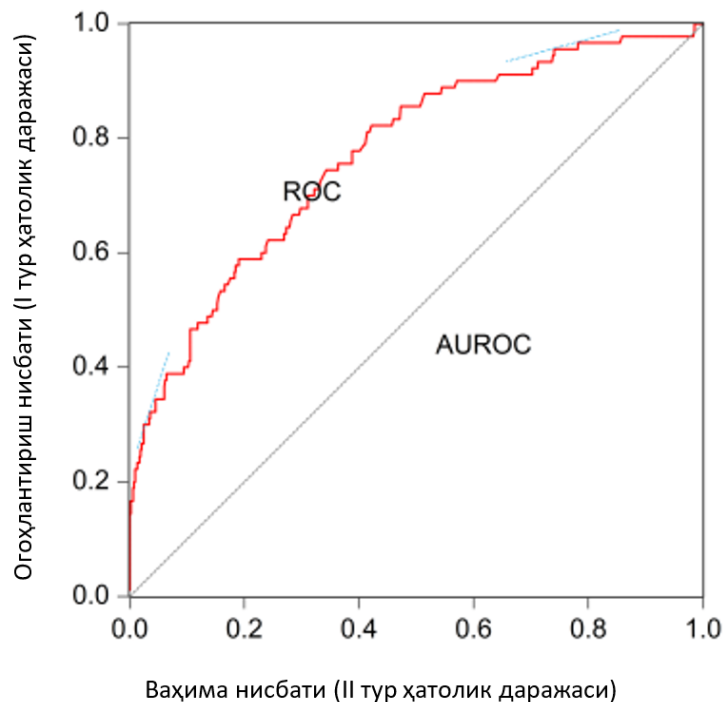
Қабул қилувчининг операцион характеристикаси эгри чизиғи (receiver operating characteristic curve, ROC) I тур ва II тур хатоликлар орасидаги муносабатни умумлаштиради ва турли хил хатар чегараси учун шовқин нисбати қийматлари ва огоҳлантириш нисбати қийматларига боғлиқ график ҳисобланади.

AUROC бирлик квадрат (unit square) юзасининг бир қисми бўлиб, унинг қиймати 0 ва 1 оралиғида бўлади. Тасодифий огоҳлантириш (random signal) (0;0) ва (1;1) координаталар оралиғидаги диагонал чизиқни ҳосил қилади ва диагонал чизиқ остидаги юза 0,5 га тенгдир. AUROC қиймати 0,5 га тенг бўлган индикатор инқироз ҳақида фақатгина тасодифий огоҳлантириш беради. Бунда, яхши сигналли индикаторнинг AUROC қиймати 0,5 дан юқори бўлиши лозим. Масалан, AUROC қийматининг 0,7 эканлиги, индикатор инқироз ва инқирозсиз ҳолатларни 70 фоиз аниқликда тўғри фарқлаётганини ифодалайди.

Индикатор учун белгиланган хатар чегарасини босқичма-босқич пасайтириш орқали турли огоҳлантириш ва шовқин нисбатлари аниқланади. Аниқланган нисбат қийматлари натижасида ROC эгри чизиғи ҳосил қилинади. Индикаторнинг AUROC қиймати эса ROC эгри чизиғи орқали чегараланган юзага тенг.

$$AUROC(x_i) = \int_0^1 ROC_i(t) dt$$

1-чизма. ROC ва AUROC



Аниқ интегрални геометрик ҳисоблаш усулига⁴ кўра, AUROC қиймати бўлақларга ажратилган ҳолда кичик трапециялар юзаларининг йиғиндисиди орқали аниқланади:

$$AUROC(x_i) = \frac{1}{2} * \sum_{j=1}^n ((b_j + b_{j+1}) * (a_{j+1} - a_j))$$

Бу ерда, a_j ва $a_{j+1} - x_i$ индикаторнинг j ва $j + 1$ тартибли хатар чегарасидаги шовқин нисбатлари, b_j ва $b_{j+1} - x_i$ индикаторнинг j ва $j + 1$ тартибли хатар чегарасидаги оғоҳлантириш нисбатлари.

AUROC модели орқали индикаторнинг самарадорлиги, асосан эконометрик дастурлар ёрдамида амалга оширилади.

⁴ Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2012). Calculus. John Wiley & Sons.